УДК 37.012:51
Б-48

Берзегова Роза Батырбиевна, *старший преподаватель кафедры высшей математики и системного анализа инженерно-экономического факультета Майкопского государственного технологического университета, тел.: 89184274575.*

ОБУЧЕНИЕ СТУДЕНТОВ НЕМАТЕМАТИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ МОДЕЛИРОВАНИЮ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ

(рецензирована)

Рассматривается один из разделов дискретной математики – теория графов, позволяющий решать задачи прикладного характера. Дается обоснование применения теории графов и графового моделирования при обучении студентов нематематических (технологических, экономических, инженерных и других) специальностей моделированию для решения практических задач. Приводится пример решения прикладной задачи посредством графового моделирования.

Ключевые слова: графы, математическое моделирование, графовые модели, прикладные задачи.

Berzegova Rosa Batyrbievna, *senior lecturer of the chair of higher mathematics and system analysis, engineering-economic faculty of Maykop State Technological University, tel.: 89184274575.*

TEACHING OF STUDENTS OF NONMATHEMATICAL SPECIALTIES MODELING BASED ON THE THEORY OF GRAPHS

The author considers one of the parts of discrete mathematics – the theory of graphs, which allows solving problems of applied character. The author gives argumentation of application of graph theory and graphical modeling in teaching of students of nonmathematical (technological, economic, engineering etc.) specialties modeling for solution of practical problems. An example of solution of an applied problem by means of practical modeling is given.

Key words: graphs, mathematical modeling, graph models, applied problems.

В настоящее время теория графов является одним из наиболее развивающихся разделов дискретной математики. Решение огромного количества практических задач сводится к изучению больших совокупностей объектов, существенные свойства которых описываются связями и отношениями между этими объектами. Графы позволяют наглядно представить эти связи и отношения, в связи, с чем многие задачи и проблемы теоретического и прикладного характера могут быть сформулированы в терминах теории графов и графовых моделей. Графовые модели находят свои приложения в информатике, экономике, химии, биологии и т.п.

Разнообразный спектр приложений теории графов приводит к необходимости знакомства с ними специалистов, занятых в самых различных сферах профессиональной деятельности. Поэтому элементы теории графов в 2000-2005 гг. вошли в учебные планы и программы подготовки будущих специалистов технических, экономических, инженерных и многих других специальностей. Эта теория является одним из наиболее убедительных примеров использования математического моделирования при решении прикладных задач. За счет минимальности используемого при графовом моделировании «алфавита» (вершины и ребра) упрощается обработка информации, что позволяет достаточно просто задавать графовые понятия аналитически и представлять их геометрически.

Переходя к формированию самой деятельности моделирования в обучении можно отметить работы таких авторов как В.В. Давыдова, И.С. Якиманская, Н.Г. Салмина и др. Причем многие ученые писали о необходимости введения элементов математического моделирования в школьное и в вузовское обучение. К ним можно отнести А.Я. Блоха, А.Н. Колмогорова, Г.В. Дорофеева, Л.Д. Кудрявцева, А.Г. Мордковича, А.Д. Мышкиса, Л.М. Фридмана и др. Вопросы изучения графов и графового моделирования рассматриваются Л.Ю. Березиной, Н.А. Волковой, М.П. Барболиным, Л.П. Конновой и др.

Постановка прикладной задачи начинается с нематематической ситуации, причем студента, как правило, интересуют ситуации, так или иначе связанные с его будущей профессиональной деятельностью.

Графовое моделирование предполагает использование больших совокупностей объектов, свойства которых описываются связями и отношениями между этими объектами. Эти данные необходимо обработать средствами математики, а именно средствами теории графов, чтобы выделить свойства изучаемого явления или процесса. Другими словами провести этап формализации.

Решив задачу в рамках математической модели, нельзя получить необходимый вывод, если не перейти к истолкованию полученного математического результата на языке исходной ситуации, т.е. необходимо перейти к этапу интерпретации. Тем самым происходит принятие решения по проблемам рассматриваемой задачи.

Таким образом, применяется наиболее распространенная на сегодняшний день трехэтапная схема процесса математического моделирования:

1. перевод предложенной задачи с естественного языка на язык математических терминов, т.е. построение математической модели задачи (формализация);

2. решение задачи в рамках математической теории (решение внутри модели);

3. перевод полученного результата (математического решения) на язык, на котором была сформулирована исходная задача (интерпретация полученного решения) [1].

Поэтому можно говорить о возможности использования графов и графового моделирования в качестве способа его реализации при обучении студентов нематематических специальностей деятельности моделирования.

Покажем это на примере.

Разрабатывается проект нефтепровода, соединяющего буровые скважины в море с находящейся на берегу приемной станцией. Структура планируемой подводки и стоимость нефтепровода между скважинами, а также приемной станцией заданы рисунком 1.

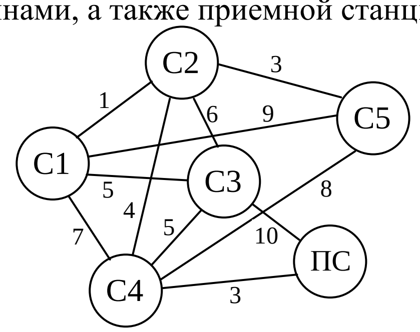


Рис. 1. Следует выбрать проект, в котором строительство нефтепровода имеет минимальную стоимость.

Решение.

Этап 1. Формализация. Построим математическую модель задачи.

На языке теории графов задача будет формулироваться следующим образом: для заданного множества скважин построить сеть нефтепровода таким образом, чтобы суммарная стоимость прокладки была минимальной.

Рассмотрим сеть, в которой узлами (вершинами) являются скважины и приемная станция, ребрами - возможные нефтепроводы между ними, длинами ребер – стоимость нефтепровода между соответствующими скважинами, а также приемной станцией.

Обозначим: x_1 - скважина 1 (С1); x_2 - скважина 2 (С2) ; x_3 - скважина 3 (С3); x_4 - скважина 4 (С4); x_5 - скважина 5 (С5); x_6 - приемная станция (ПС). Получим сеть

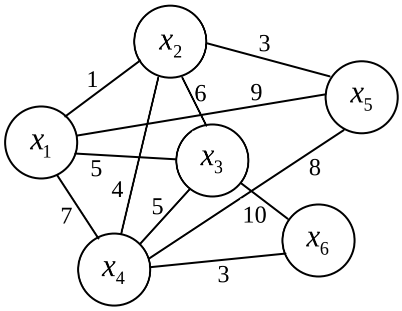


Рис. 2.

Построим для данной сети минимальное остовное дерево.

Этап 2. Внутримодельное решение.

Проведем пошаговое построение минимального остовного дерева для данной сети. $C_0 = \phi$, $\overline{C_0} = X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$. Начнем с узла x_1 (рис. 3).

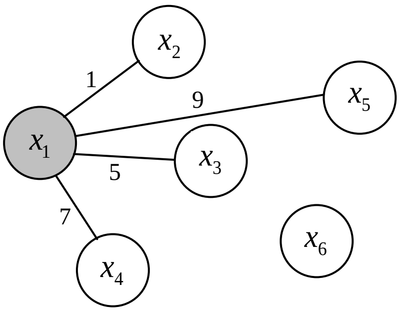
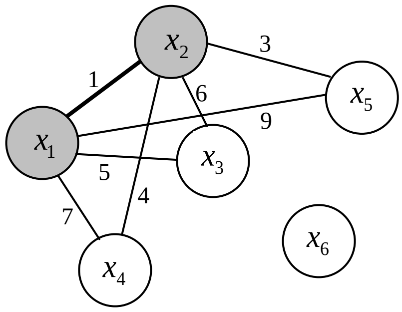


Рис. 3.



….Рис. 4.

Итерация 1. $C_1 = \{x_1\}$, $\overline{C_1} = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, $\min\{1,5,7,9\} = 1$. Ближайшим узлом к множеству C_1 является x_2. Добавляем его к остовному дереву с ребром длиной 1 (рис.4).

Итерация 2. $C_2 = \{x_1, x_2\}$, $\overline{C_2} = \{x_3, x_4, x_5, x_6\}$, $\min\{3,4,5,6,7,9\} = 3$. Ближайшим узлом к множеству C_2 является x_5. Добавляем его остовному дереву с ребром длиной 3 (рис. 5).

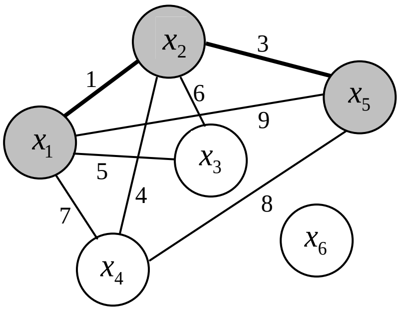


Рис. 5.

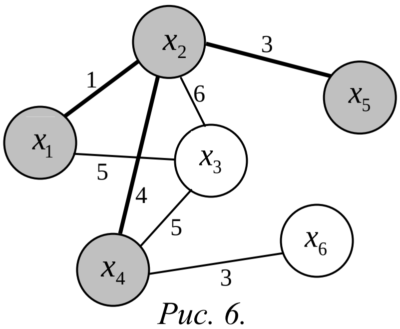


Рис. 6.

Итерация 3. $C_3 = \{x_1, x_2, x_5\}$, $\overline{C_3} = \{x_3, x_4, x_6\}$, $\min\{4,5,6,7,8\} = 4$. Ближайшим узлом к множеству C_3 является x_4. Добавляем его к остовному дереву с ребром длиной 4 (рис. 6).

Итерация 4. $C_4 = \{x_1, x_2, x_4, x_5\}$, $\overline{C_4} = \{x_3, x_6\}$, $\min\{3,5,6\} = 3$. Ближайшим узлом к множеству C_4 является x_6. Добавляем его к остовному дереву с ребром длиной 3 (рис. 7).

Итерация 5. $C_5 = \{x_1, x_2, x_4, x_5, x_6\}$, $\overline{C_5} = \{x_3\}$, $\min\{5,6,10\} = 5$. Ближайшим узлом к множеству C_5 является x_3. Добавляем его к остовному дереву с ребром длиной 5. При этом возможно два альтернативных соединения (x_1, x_3) и (x_4, x_3) длиной 5 (рис. 8).

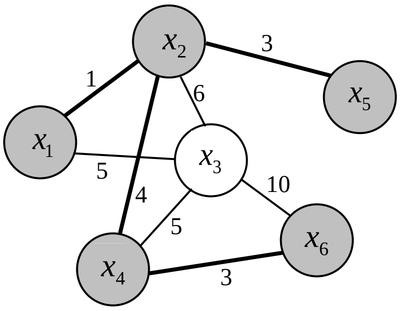


Рис. 7.

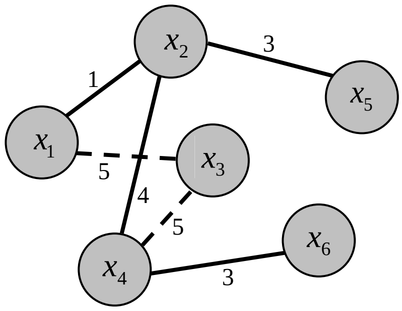


Рис. 8.

Процесс построения минимального остовного дерева завершен.

$C_6 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, $\overline{C_6} = \phi$. При этом суммарная длина его ребер равна 1+3+4+5+3=16.

Этап 3. Интерпретация. Переведем результат с математического языка на язык исходной задачи.

Проект нефтепровода, соединяющего буровые скважины в море с находящейся на берегу приемной станцией осуществляется по следующей схеме (рис. 9):

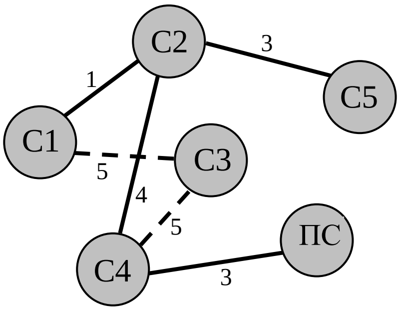


Рис. 9.

При этом минимальная стоимость нефтепровода составит 16 тыс. долларов.

Литература:

1. Крутихина М. В. Обучение некоторым элементам математического моделирования как средство подготовки к профильному образованию // Математический вестник педвузов и университетов Волго-Вятского региона: период. межвуз. сб. научно-метод. работ. Киров: Изд-во ВятГГУ, 2004. Вып. 6. С. 246-254.

2. Коннова Л.П. Преемственность между предпрофильной и профильной школой в элективном обучении математическому моделированию с помощью графов: автореф. дис. канд. пед. наук. М., 2009. С. 20.

3. Экономико-математические методы и модели: учеб. пособие / под ред. С.И. Макарова. 2-е изд., перераб. и доп. М.: КНОРУС, 2009. 240 с.